

# 江西师范大学 2018 年硕士研究生入学考试试题

## ( B 卷 )

科目代码: 860 科目名称: 高等数学 (统计学方向)

适用专业: 071400 统计学

注: 考生答题时, 请写在考点下发的答题纸上, 写在本试题纸或其他答题纸上的一律无效。

(本试题共 1 页)

一、(15 分) 求下列极限

1、(6 分)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^{\frac{2}{x}} - e^2}{x}$

2、(9 分)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x} - \sqrt[3]{x^3 + x^2})$

二、(15 分) 求不定积分  $\int \frac{\ln(e^x + 1)}{e^x} dx$ 。

三、(15 分) 设  $f(x)$  在  $[0, 1]$  上可导,  $f(0) = 0$  且当  $x \in (0, 1)$ ,  $0 < f'(x) < 1$ , 证明: 当

$$a \in (0, 1) \text{ 时, 有 } \int_0^a f(x) dx > \frac{1}{2} f^2(a)。$$

四、(15 分) 求曲面  $2x^2 + y^2 + 3z^2 = 21$  平行于平面  $4x + y + 6z = 0$  的切平面方程。

五、(15 分) 在平面上求一点, 使它到  $n$  个定点  $(x_i, y_i) (i = 1, 2, \dots, n)$  的距离平方和最小。

六、(15 分) 设  $D$  为圆域  $x^2 + y^2 \leq R^2$ , 计算  $\iint_D \left( \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \right) dx dy$ 。

七、(15 分) 设  $L$  为平面上过三点  $O(0, 0)$ 、 $A(0, 1)$ 、 $B(1, 2)$  的圆周上由  $O$  到  $B$  的曲线弧,

$$\text{求 } \int_L (e^y + x) dx + (xe^y - 2y) dy。$$

八、(15 分) 设  $f(x) = e^x - e^x \int_0^x f(t) dt$ , 其中  $f$  为连续函数, 求  $f(x)$ 。

九、(15 分) 求幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} x^n$  的收敛域及和函数  $S(x)$ 。

十、(15 分) 证明: 对任意非负常数  $\mu$ ,  $\int_0^{+\infty} \frac{1}{(1+x^2)(1+x^\mu)} dx = \frac{\pi}{4}$ 。